**Навчальний предмет**. Алгебра та початки аналізу

**Автор.** Кучеренко Раїса Дмитрівна, викладач математики ДПТНЗ "Переяслав-Хмельницький центр професійно-технічної освіти", м. Переяслав-Хмельницький

Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту

**Тема.** Показникова та логарифмічна функції

**Тема** **уроку**. Логарифми та їх властивості

**Тип уроку**. Комбінований

**Мета уроку:**

* *навчальна*: формування поняття логарифма числа, десяткового логарифма; засвоєння властивостей логарифмів; формувати вміння розв’язувати задачі, що передбачають використання означення та властивостей логарифмів;
* *розвивальна*: розвиток пізнавального інтересу до математики, розвиток логічного та аналітичного мислення, техніки обчислень, творчої та розумової активності;
* *виховна*: сприяння розвиткові творчої діяльності учнів, потреби до самоосвіти, виховання культури спілкування, впевненості у своїх силах, любові до математики

**Обладнання:** персональний комп'ютер, мультимедійний проектор

**Дидактичний матеріал та наочні посібники**: учительська презентація "Логарифми та їх властивості", створена в MS PowerPoint, тести на платформі Classtime, аудиторна дошка, роздатковий матеріал, підручник Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти/ Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. - К.: Видавничий дім "Освіта", 2019. - 272 с.: іл.

**Норма часу:** 45 хвилин

**Епіграф до уроку**: "Винахід логарифмів, скоротивши роботу астронома, продовжив йому життя" П. Лаплас

### Хід уроку

**І. Організаційний момент:**

1. Привітання.

2. Перевірка присутності учнів.

Доброго дня. Пам'ятаєте, ми з вами якось говорили , що алгебру називають арифметикою семи дій. Це добре вам відомі ще з початкової школи додавання, віднімання, множення та ділення, а також три дії, які вивчаються пізніше - піднесення до степеня, добування кореня та знаходження логарифмів.

**ІІ. Мотивація навчальної діяльності учнів та повідомлення теми, мети і завдань роботи**

Саме з останньою, сьомою, дією арифметики ми з вами сьогодні познайомимося. До речі, про використання логарифмів у різних галузях я пропонувала вам самостійно відшукати інформацію та підготувати коротенькі доповіді. (Додаток 1)

Триста років тому в епоху Відродження почався бурхливий розвиток науки, техніки і мореплавства. Розвиток астрономії, а точніше астрономічних спостережень, вимагали нових методів обчислень, які були б доступні широкому колу людей. В основу таких методів і були покладені логарифми.

Винайденню логарифмів значною мірою сприяли потреби удосконалення обчислень.

**ІІІ. Пояснення нового матеріалу**

Легко переконатися, що рівняння *2х=4* має корінь *х=2*, рівняння *2х=8* має корінь *х=3*. А який корінь має рівняння *2х=6* ?

Зрозуміло, що це число більше за 2 і менше за 3. Але як його записати?

Нехай число *а > 0 і а ≠1*. Якщо рівність *ах = b,* правильна, то число *х* називають ***логарифмом числа b за основою а***.

Тобто, логарифмом числа b за основою а називають показник степеня, до якого слід піднести число а, щоб отримати число b. Записують ***x = logab***.

Наприклад:

*log525 = 2, бо 52 = 25;*

*log0,532 = -5, бо 0,5-0,5 = 32*

Знаходження логарифма числа називають логарифмуванням. Ця операція є оберненою до операції піднесення до степеня з відповідною основою.

***Основна логарифмічна тотожність***:

*ах = b*

*x = logab* $a^{log\_{a}b}=b$

***Основні властивості логарифмів***

 

***Спеціальні позначення***:

***lg x =*** *log10x* - десятковий логарифм;

***ln x =*** *logex* - натуральний логарифм (е ≈ 2,71828 неперове число, математична константа)

**ІV. Осмислення, узагальнення та систематизація знань**

1. Інтелектуальна розминка.

Усне виконання вправ (вправи демонструються на презентації):

1)$ log\_{5}125=…(3)$;

2) $log\_{\frac{1}{3}}9=…(-2)$;

3) $log\_{7}\frac{1}{49}=…(-2)$;

4) $log\_{√2}8=…(6)$;

5) $log\_{\frac{2}{3}}\frac{8}{27}=…(3)$;

6) $4^{log\_{4}8}=…(8)$.

2. Коментоване розв'язування вправ на дошці:

№ 126 *Знайти х за даним логарифмом*:

*а) log527+log5* $\frac{1}{3}$ *=log5x;*

*Розв'язання:*

 *log527+log5* $\frac{1}{3}$ *= log5(27 ·*$\frac{1}{3}$*) = log53 🢧 x=3*

*б) log5х =* $\frac{1}{3}$ *log58 - 2;*

*Розв'язання:*

$\frac{1}{3}$ *log58 - 2 = log5* $8^{\frac{1}{3}}$ *= log52 🢧 x=2*

*в) log3120 - log3 15 =log3x;*

*Розв'язання:*

 *log3120 - log3 15 = log3(120 : 15) = log38 🢧 x=8*

*г) log20х = 1 + log2010;*

*Розв'язання:*

*1 + log2010 = log2020 + log2010 = log20(20·10) = log20200 🢧 x=200*

3. А зараз я пропоную вам розгадати кросворд, точніше закінчити його розгадування, відкривши літери, яких не вистачає. А відкривати ці літери ми будемо, обчислюючи логарифми та використовуючи таблицю кодів (число визначає номер літери українського алфавіту).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| А-1  | Б-2  | В-3  | Г-4  | Д-5  | Е-6  | Є-7  | Ж-8  |
| З-9  | И-10  | І-11  | Ї-12  | Й-13  | К-14  | Л-15  | М-16  |
| Н-17  | О-18  | П-19  | Р-20  | С-21  | Т-22  | У-23  | Ф-24  |
| Х-25  | Ц-26  | Ч-27  | Ш-28  | Щ-29  | Ю-30  | Я-31  | Ь-32  |

*(Учні отримують завдання на різнокольорових картках, колір картки відповідає кольору зафарбованої клітинки кросворду)*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | А |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | Х |  | Н |  |  |  |  |  |
| Ш | Т |  | Ф |  |  | Ь |  |  |  |
|  |  | М |  | П |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | Й |  |  |  |  |
|  |  | Д |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | Ю |  | Г |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | С |  |

1) $\frac{log\_{3}625}{log\_{3}5}∙\left(lg500+lg200\right)=log\_{5}625∙lg100000=4∙5=20 \left(P\right)$

2) $log\_{2}24-log\_{2}3+e^{ln8}=log\_{2}\frac{24}{3}+8=log\_{2}8+8=3+8=11 \left(I\right)$

3) $log\_{253}log\_{3}log\_{2}8+log\_{\frac{1}{4}}\frac{1}{16}=log\_{253}log\_{3}3+2=log\_{253}1+2=0+2=2(Б$

4) $log\_{7}49^{5}-log\_{2}\frac{1}{32}=5log\_{7}49-\left(-5\right)=5∙2+5=15 (Л)$

5) $\frac{2lg4+lg4}{3lg2-lg4}=\frac{3lg4}{lg2^{3}-lg4}=\frac{lg4^{3}}{lg\frac{8}{4}}=\frac{lg64}{lg2}=log\_{2}64=6 (Е)$

Отже, нам відкрилися імена таких учених:

*Архімед* - перші зародки поняття логарифма можна знайти в Архімеда, але сама ідея розвитку не набула.

*Непер* - 20 років присвятив Джон Непер своїм логарифмічним таблицям, аби, за його словами, «позбутися нудних і тяжких обчислень, відлякують зазвичай багатьох від вивчення математики». Непер видав свій «Опис дивовижної таблиці логарифмів» на 6 років раніше, ніж Бюргі. Тому і визнали число e неперовим числом.

*Брігс* - ідея десяткових логарифмів виникла у професора лондонського коледжу Генрі Брігса(1561-1630) після ознайомлення з таблицями Непера. Він двічі побував у Непера, здружився з ним і в процесі спільних занять обидва розробили нову, практично зручнішу десяткову систему. Брігс взявся розробити велику таблицю десяткових логарифмів. Уже в 1617 р. він опублікував восьмизначні таблиці логарифмів від 1 до 103, а в 1624 році спромігся видати «Логарифмічну арифметику», що містила чотирнадцятизначні таблиці логарифмів для чисел 1-20000 і 90000-100000. Понад три з половиною століття вони вірою і правдою служили астрономам і геодезистам, інженерам і морякам.

*Штіфель* - ідея, якою скористалися Непер та Бюргі належала Міхаелю Штіфелю, але він не розвинув її в своїх працях.

Ейлер - на честь видатного математика Леонарда Ейлера назвали число е. До теперішнього часу з друку вийшло 67 томів його праць і готується ще 5. Останні роки свого життя він майже осліп, але не переставав працювати.

*Бюргі* - швейцарець Йост Бюргі, знаний годинникар і майстер астрономічних інструментів вважається винахідником логарифмів. Саме величезний обсяг необхідних в астрономії обчислень і спонукав Бюргі і шукати шляхів для їх спрощення. Бюргі працював над таблицями 8 років і видав їх у 1620 році під назвою «Арифметична і геометрична таблиця прогресії».

4.Мозковий штурм

Наступне, що хотілося б мені запропонувати вашій увазі, - дотепну, на мій погляд, задачу, якою розважалися учасники одного з'їзду фізиків в Одесі. Задача полягає в тому, щоб будь-яке ціле додатне число записати за допомогою трьох двійок та математичних символів.

*Розв'язання:*









**V. Рефлексія**

1.Учні відповідають на питання on-line тесту на платформі Classtime (Додаток 2)

2. Мікрофон. Учні відповідають на запитання *"Що цікавого ти дізнався та запам'ятав на уроці ?"*

3. Виставлення оцінок

**VI. Домашнє завдання**

*Вивчити властивості логарифмів, № 110, 127*

Отже, сьогодні на уроці ми дізналися, що називається логарифмом, вивчили основні властивості логарифмів та навчилися застосовувати їх при розв'язуванні задач**.** Крім того, сподіваюся, ви запам'ятали прізвища вчених, які винайшли логарифми. Думаю вам сподобалися цікаві доповіді про зв'язок логарифмів з музикою, зірками, шумом та про зв'язок логарифмічної спіралі з природою.

Урок закінчено. До побачення**.**

Додаток 1

**Логарифми в музиці**

Музиканти надзвичайно рідко захоплюються математикою, більшість з них поважає цю науку, але воліє триматись від неї подалі. Між тим музиканти стикаються з нею набагато частіше, ніж самі підозрюють, причому з такими страшними речами, як логарифми.

Виявляється, що номер клавіші рояля являється логарифмом кількості коливань відповідних звуків. Номер октави та номер звуку в даній октаві теж виражається за допомогою логарифмів.

**3ірки, шум та логарифми**

Виявляється, що гучність шуму та яскравість зірок теж оцінюються за логарифмічною шкалою. І це не випадково, оцінюючи гучність шуму та яскравість зірок, ми маємо справу з наслідком психо-фізичного закону Фехнера, який говорить: величина відчуття пропорційна логарифму величини роздратування.

**Логарифми у природі**

Спіраль - це крива лінія, яка багаторазово обходить одну з точок на площині. У логарифмічної спіралі куту повороту пропорційний логарифм відстані. Біологи вважають саме цю спіраль свого роду стандартом біологічних об'єктів різної природи.

Наприклад, раковини морських тварин можуть рости лише в одному напрямку - по логарифмічній спіралі.

Роги гірських козлів архарів теж закручені по логарифмічній спіралі.

У соняшника насіння розташовується по дугам, близьким до логарифмічної спіралі.

Додаток 2

**Тести**

1. log123 + log124 =

*А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 12; Д) 0*

1. log315 – log35 =

*А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 12; Д) 0*

1. Яку основу має lg x ?

*А) 1; Б) 2; В) е; Г) 10; Д) а*

1. Яку основу має ln x ?

*А) 1; Б) 2; В) е; Г) 10; Д) а*

1. За означенням логарифма вказати, яке твердження справедливе ?

*А) логарифм – показник степеня;*

*Б) логарифм – основа степеня;*

*В) логарифм – степінь.*

6. log51 =

*А) 0; Б) 1; В) 5; Г) 10; Д) e*

7. log55 =

*А) 0; Б) 1; В) 5; Г) 10; Д) e*

8. Якою може бути основа логарифма logах ?

*А) a>0; Б) a<0; В) a=0; Г) a=1 ; Д) a≠1*

9. 10lg8 =

*А) 0; Б) 1; В) 8; Г) 10; Д) e*

10. eln8 =

*А) 0; Б) 1; В) 8; Г) 10; Д) e*