

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

Наказ Міністерства освіти і науки України

від 04 лютого 2019 року № 1573

**Програма зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання з математики, здобутих на основі повної загальної середньої освіти**

**Мета зовнішнього незалежного оцінювання з математики:**

оцінити результати навчання математики, здобуті на основі повної загальної середньої освіти рівня стандарту чи профільного рівня, відповідним державним вимогам та ступінь підготовленості учасників тестування з математики, щоб здійснити конкурсний відбір для навчання в закладах вищої освіти.

**Завдання зовнішнього незалежного оцінювання з математики**

**полягає в тому, щоб оцінити рівень владіння учасників компетентностями, зокрема, оцінити здатності:**

- будувати математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ та досліджувати ці моделі засобами математики;
- виконувати математичні розрахунки (дії з числами, поданими в різних формах, та дії з відсотками, складати й розв'язувати задачі на наближені обчислення, пропорції тощо);
- перетворювати числові та буквенні вирази (розуміти змістове значення кожного елемента виразу, спрощувати вирази та обчислювати значення числових виразів, знаходити числові значення виразів за заданих значень змінних тощо);
- будувати й аналізувати графіки функціональних залежностей, рівнянь (для профільного рівня – і нерівностей), досліджувати їхні властивості;
- застосовувати похідну та інтеграл до розв'язування задач практичного змісту;

- застосовувати загальні методи та прийоми в процесі розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем (для профільного рівня – і завдань з параметрами), аналізувати отримані розв'язки та їх кількість;
- розв'язувати текстові задачі та задачі практичного змісту з алгебри і початків аналізу, геометрії;
- знаходити на рисунках геометричні фігури та встановлювати їх властивості;
- визначати кількісні характеристики геометричних фігур (довжини, величини кутів, площі, об'єми);
- розв'язувати комбінаторні задачі та обчислювати ймовірності випадкових подій;
- аналізувати інформацію, що подана в графічній, табличній, текстовій та інших формах.

Об'єктом контролю є рівень сформованості математичних компетентностей, зокрема, рівень наведених здатностей.

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ				
Розділ: ЧИСЛА І ВИРАЗИ				
Назва розділу, теми	Зміст навчального матеріалу		Компетентності (здатності)	
	Рівень стандарту і профільний рівень	Тільки профільний рівень	Рівень стандарту і профільний рівень	Тільки профільний рівень
Дійсні числа (натуральні, раціональні та ірраціональні), порівняння чисел та дії з ними	<ul style="list-style-type: none"> <li>- властивості дій з дійсними числами;</li> <li>- правила порівняння дійсних чисел;</li> <li>- ознаки подільності чисел на 2, 3, 5, 9, 10;</li> <li>- правила знаходження найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного чисел;</li> <li>- правила округлення цілих чисел і десяткових дробів;</li> <li>- означення кореня <math>n</math>-го степеня та арифметичного кореня <math>n</math>-го степеня;</li> <li>- властивості коренів;</li> <li>- означення степеня з натуральним, цілим та раціональним показниками, їх властивості;</li> <li>- числові проміжки;</li> <li>- модуль дійсного числа та його властивості</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- розрізняти види чисел та числових проміжків;</li> <li>- порівнювати дійсні числа;</li> <li>- виконувати дії з дійсними числами;</li> <li>- використовувати ознаки подільності;</li> <li>- знаходити найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне двох чисел;</li> <li>- знаходити неповну частку та остачу від ділення одного натурального числа на інше;</li> <li>- перетворювати звичайний дріб у десятковий;</li> <li>- округлювати цілі числа й десяткові дроби;</li> <li>- використовувати властивості модуля до розв'язування задач</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- знаходити найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне кількох чисел;</li> <li>- перетворювати нескінчений періодичний дріб у звичайний</li> </ul>

Відношення та пропорції. Відсотки. Основні задачі на відсотки. Текстові задачі	<ul style="list-style-type: none"> <li>- відношення, пропорції;</li> <li>- основна властивість, пропорції;</li> <li>- означення відсотка;</li> </ul> <p>правила виконання відсоткових розрахунків</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- знаходити відношення чисел у вигляді відсотка, відсоток від числа, число за значенням його відсотка;</li> <li>- розв'язувати основні задачі на відсотки, на пропорційні величини й пропорційний поділ;</li> <li>- розв'язувати текстові задачі арифметичним способом</li> </ul>	
Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їх перетворення	<ul style="list-style-type: none"> <li>- означення тотожно рівних виразів, тотожного перетворення виразу, тотожності;</li> <li>- означення одночлена та многочлена;</li> <li>- правила додавання, віднімання й множення одночленів та многочленів;</li> <li>- формули скороченого множення;</li> <li>- розклад многочлена на множники;</li> <li>- означення дробового раціонального виразу;</li> <li>- правила виконання дій з дробовими раціональними виразами;</li> <li>- означення та властивості логарифма;</li> <li>- основна логарифмічна тотожність;</li> <li>- означення синуса, косинуса, тангенса числового аргументу;</li> <li>- основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу;</li> <li>- формули зведення;</li> <li>- формули додавання та наслідки з них</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- означення області допустимих значень змінних, виразу зі змінними</li> <li>- означення котангенса числового аргументу</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- виконувати тотожні перетворення раціональних, ірраціональних, степеневих, показниковых, логарифмічних, тригонометричних виразів та знаходити їх числове значення за заданих значень змінних</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- доводити тотожності</li> </ul>

#### Розділ: РІВНЯННЯ, НЕРІВНОСТІ ТА ЇХ СИСТЕМИ

Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння і нерівності. Системи лінійних рівнянь і нерівностей. Системи рівнянь, з яких хоча б одне рівняння другого степеня.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- рівняння з однією змінною, означення кореня (розв'язку) рівняння з однією змінною;</li> <li>- нерівність з однією змінною, означення розв'язку нерівності з однією змінною;</li> <li>- означення розв'язку системи рівнянь, основні методи розв'язування систем;</li> <li>- методи розв'язування найпростіших раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних рівнянь та нескладних рівнянь, які зводяться до найпростіших;</li> <li>- методи розв'язування найпростіших лінійних, квадратних,</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- методи розв'язування раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних рівнянь, нерівностей та їх систем</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- розв'язувати рівняння і нерівності першого та другого степенів, а також рівняння і нерівності, що зводяться до них;</li> <li>- розв'язувати системи лінійних рівнянь і нерівностей, а також ті, що зводяться до них;</li> <li>- розв'язувати найпростіші рівняння, що містять дробові раціональні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні вирази;</li> <li>- розв'язувати найпростіші нерівності, що містять степеневі, показникові, логарифмічні вирази;</li> <li>- розв'язувати рівняння й нерівності, використовуючи означення та властивості модуля;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- розв'язувати рівняння й нерівності, що містять степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні вирази;</li> <li>- розв'язувати ірраціональні рівняння й нерівності, а також їх системи;</li> <li>- користуватися графічним методом розв'язування й дослідження рівнянь, нерівностей та систем;</li> </ul>
---	--	--	--	---	--

Розв'язування текстових задач за допомогою рівнянь та їх систем	раціональних, показникових, логарифмічних нерівностей та нескладних нерівностей, які зводяться до найпростіших		<ul style="list-style-type: none"> <li>- застосовувати загальні методи та прийоми (розкладання на множники, заміна змінної, застосування властивостей і графіків функцій) у процесі розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем;</li> <li>- аналізувати та досліджувати рівняння, їх системи та нерівності залежно від коефіцієнтів;</li> <li>- застосовувати рівняння, нерівності та системи рівнянь до розв'язування текстових задач</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- розв'язувати рівняння й нерівності та їх системи з параметрами</li> </ul>
---	--	--	---	--

#### Розділ: ФУНКЦІЇ

Числові послідовності	<ul style="list-style-type: none"> <li>- означення арифметичної та геометричної прогресій;</li> <li>- формули <math>n</math>-го члена арифметичної та геометричної прогресій;</li> <li>- формули суми <math>n</math> перших членів арифметичної та геометричної прогресій</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- розв'язувати задачі на арифметичну та геометричну прогресії</li> </ul>	
Функціональна залежність. Лінійні, квадратні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції, їх основні властивості	<ul style="list-style-type: none"> <li>- означення функції, області визначення, області значень функції, графік функції;</li> <li>- способи задання функцій, основні властивості та графіки функцій, указаних у назві теми</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- означення функції, оберненої до заданої;</li> <li>- властивості періодичних функцій</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- знаходити область визначення, область значень функції;</li> <li>- досліджувати на парність (непарність) функцію;</li> <li>- будувати графіки лінійних, квадратичних, степеневих, показниковых, логарифмічних та тригонометричних функцій;</li> <li>- установлювати властивості числових функцій, заданих формулою або графіком;</li> <li>- використовувати перетворення графіків функцій</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- досліджувати на періодичність функцію;</li> <li>- використовувати періодичність функцій для розв'язування задач;</li> <li>- використовувати означення функції, оберненої до даної, для розв'язування задач</li> </ul>
Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. Таблиця похідних та правила диференціювання	<ul style="list-style-type: none"> <li>- означення похідної функції в точці;</li> <li>- фізичний та геометричний зміст похідної;</li> <li>- таблиця похідних функцій;</li> <li>- правила знаходження похідної суми, добутку, частки двох функцій</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- правило знаходження похідної складеної функції;</li> <li>- рівняння дотичної до графіка функції в точці</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- знаходити похідні функцій;</li> <li>- знаходити числове значення похідної функції в точці для заданого значення аргументу;</li> <li>- знаходити похідну суми, добутку і частки двох функцій;</li> <li>- знаходити кутовий коефіцієнт і кут нахилу дотичної до графіка функції в даній точці;</li> <li>- розв'язувати задачі з використанням геометричного та фізичного змісту похідної</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- знаходити похідну складеної функції</li> <li>- складати рівняння дотичної до графіка функції в точці</li> </ul>

}	}			
Дослідження функції за допомогою похідної. Побудова графіків функцій	<ul style="list-style-type: none"> <li>- достатня умова зростання (спадання) функції на проміжку;</li> <li>- екстремуми функції;</li> <li>- означення найбільшого й найменшого значень функції</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- знаходити проміжки монотонності функції;</li> <li>- знаходити екстремуми функції за допомогою похідної, найбільше та найменше значення функції;</li> <li>- досліджувати функції за допомогою похідної та будувати їх графіки;</li> <li>- розв'язувати прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень функції</li> </ul>	
Первісна та визначений інтеграл. Застосування визначеного інтеграла для обчислення площ площинних фігур	<ul style="list-style-type: none"> <li>- означення первісної функції, визначеного інтеграла, криволінійної трапеції;</li> <li>- таблиця первісних функцій;</li> <li>- правила знаходження первісних</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- формула Ньютона – Лейбніца</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- знаходити первісну, використовуючи її основні властивості;</li> <li>- обчислювати площу площинних фігур за допомогою інтеграла</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- застосовувати формулу Ньютона-Лейбніца для обчислення визначеного інтеграла;</li> <li>- розв'язувати нескладні задачі, що зводяться до знаходження інтеграла</li> </ul>
<b>Розділ: ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ПОЧАТКИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ</b>				
Перестановки, комбінації, розміщення (без повторень). Комбінаторні правила суми та добутку. Ймовірність випадкової події. Вибіркові характеристики	<ul style="list-style-type: none"> <li>- означення перестановки, комбінації, розміщення (без повторень);</li> <li>- комбінаторні правила суми та добутку;</li> <li>- класичне означення ймовірності подій;</li> <li>- означення вибіркових характеристик рядів даних (розмаху вибірки, моди, медіані, середнього значення);</li> <li>- графічна, таблична, текстова та інші форми подання статистичних даних</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- розв'язувати задачі, використовуючи перестановки, комбінації, розміщення (без повторень), комбінаторні правила суми та добутку;</li> <li>- обчислювати ймовірності випадкових подій, користуючись означенням і комбінаторними схемами;</li> <li>- обчислювати та аналізувати вибіркові характеристики рядів даних (розмах вибірки, моду, медіану, середнє значення)</li> </ul>	
<b>ГЕОМЕТРІЯ</b>				
<b>Розділ: ПЛАНІМЕТРІЯ</b>				
Елементарні геометричні фігури на площині та їх властивості	<ul style="list-style-type: none"> <li>- поняття точки та прямої, променя, відрізка, ламаної, кута;</li> <li>- аксіоми планіметрії;</li> <li>- суміжні та вертикальні кути, бісектриса кута;</li> <li>- властивості суміжних та вертикальних кутів;</li> <li>- паралельні та перпендикулярні прямі;</li> <li>- відстань між паралельними прямими;</li> <li>- перпендикуляр і похила, серединний перпендикуляр, відстань від точки до прямої;</li> <li>- ознаки паралельності прямих;</li> <li>- теорема Фалеса, узагальнена теорема Фалеса</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- застосовувати означення, ознаки та властивості елементарних геометричних фігур для розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту</li> </ul>	

Коло та круг	<ul style="list-style-type: none"> <li>- коло, круг та їх елементи;</li> <li>- центральні, вписані кути та їх властивості;</li> <li>- дотична до кола та її властивості</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- властивості двох хорд, що перетинаються</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- застосовувати набуті знання для розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту</li> </ul>	
Трикутники	<ul style="list-style-type: none"> <li>- види трикутників та їх основні властивості;</li> <li>- ознаки рівності трикутників;</li> <li>- медіана, бісектриса, висота трикутника та їх властивості;</li> <li>- теорема про суму кутів трикутника;</li> <li>- нерівність трикутника;</li> <li>- середня лінія трикутника та її властивості;</li> <li>- коло, описане навколо трикутника, і коло, вписане в трикутник;</li> <li>- теорема Піфагора;</li> <li>- співвідношення між сторонами й кутами прямокутного трикутника;</li> <li>- теорема синусів;</li> <li>- теорема косинусів;</li> <li>- подібні трикутники, ознаки подібності трикутників</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- пропорційні відрізки прямокутного трикутника;</li> <li>- відношення площ подібних фігур</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- класифікувати трикутники за сторонами та кутами;</li> <li>- розв'язувати трикутники;</li> <li>- застосовувати означення, ознаки та властивості різних видів трикутників для розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту;</li> <li>- визначати елементи кола, описаного навколо трикутника, і кола, уписаного в трикутник</li> </ul>	
Чотирикутники	<ul style="list-style-type: none"> <li>- чотирикутник та його елементи;</li> <li>- паралелограм, його властивості й ознаки;</li> <li>- прямокутник, ромб, квадрат та їх властивості;</li> <li>- трапеція, середня лінія трапеції та її властивості;</li> <li>- вписані в коло та описані навколо кола чотирикутники;</li> <li>- сума кутів чотирикутника</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- застосовувати означення, ознаки та властивості різних видів чотирикутників до розв'язування планіметричних задач і задач практичного змісту</li> </ul>	
Многокутники	<ul style="list-style-type: none"> <li>- многокутник та його елементи;</li> <li>- периметр многокутника;</li> <li>- правильний многокутник та його властивості;</li> <li>- вписані в коло та описані навколо кола многокутники</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- опуклий многокутник;</li> <li>- сума кутів опуклого многокутника</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- застосовувати означення та властивості многокутників до розв'язування планіметричних задач і задач практичного змісту</li> </ul>	
Геометричні величини та вимірювання їх	<ul style="list-style-type: none"> <li>- довжина відрізка, кола та його дуги;</li> <li>- величина кута, вимірювання кутів;</li> <li>- формули для обчислення площ трикутника, паралелограма, ромба, квадрата, трапеції, правильного многокутника, круга, сектора</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- площа сегмента</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- знаходити довжини відрізків, градусні та радіанні міри кутів, площі геометричних фігур;</li> <li>- обчислювати довжину кола та його дуг, площу круга та сектора;</li> <li>- використовувати формули площ геометричних фігур для розв'язування планіметричних задач і задач практичного змісту</li> </ul>	

Координати та вектори на площині	<ul style="list-style-type: none"> <li>- прямокутна система координат на площині, координати точки;</li> <li>- формула для обчислення відстані між двома точками та формула для обчислення координат середини відрізка;</li> <li>- рівняння прямої та кола;</li> <li>- поняття вектора, нульового вектора, модуля вектора</li> <li>- колінеарні вектори, протилежні вектори, рівні вектори,</li> <li>- координати вектора;</li> <li>- додавання і віднімання векторів, множення вектора на число;</li> <li>- кут між векторами;</li> <li>- скалярний добуток векторів</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- розклад вектора за двома неколінеарними векторами;</li> <li>- властивості скалярного добутку векторів;</li> <li>- формула для знаходження кута між векторами, що задані координатами;</li> <li>- умови колінеарності та перпендикулярності векторів, що задані координатами</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- знаходити координати середини відрізка та відстань між двома точками;</li> <li>- складати рівняння прямої та рівняння кола;</li> <li>- виконувати дії з векторами;</li> <li>- знаходити скалярний добуток векторів;</li> <li>- застосовувати вивчені формули та рівняння фігур для розв'язування задач</li> </ul>	- застосовувати координати та вектори для розв'язування планіметричних задач і задач практичного змісту
Геометричні переміщення	<ul style="list-style-type: none"> <li>- основні види та зміст геометричних переміщень на площині (рух, симетрія відносно точки та відносно прямої, поворот, паралельне перенесення);</li> <li>- рівність фігур</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- використовувати властивості основних видів геометричних переміщень для розв'язування планіметричних задач і задач практичного змісту</li> </ul>	
<b>Розділ: СТЕРЕОМЕТРІЯ</b>				
Прямі та площини у просторі	<ul style="list-style-type: none"> <li>- аксіоми та теореми стереометрії;</li> <li>- взаємне розміщення прямих у просторі, прямої та площини в просторі, площин у просторі;</li> <li>- паралельність прямих, прямої та площини, площин;</li> <li>- паралельне проектування;</li> <li>- перпендикулярність прямих, прямої та площини, двох площин;</li> <li>- теорема про три перпендикуляри;</li> <li>- відстань від точки до площини, від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами;</li> <li>- кут між прямими, прямою та площею, площинами;</li> <li>- двограний кут, лінійний кут двогранного кута</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ознака мимобіжних прямих;</li> <li>- ортогональна проекція</li> <li>- відстань між мимобіжними прямими</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- застосовувати означення, ознаки та властивості паралельних і перпендикулярних прямих та площин для розв'язування стереометричних задач і задач практичного змісту;</li> <li>- знаходити зазначені відстані та величини кутів у просторі</li> </ul>	
Многогранники, тіла обертання	<ul style="list-style-type: none"> <li>- многогранники та їх елементи, основні види многогранників: призма, паралелепіпед, піраміда, розгортка призми та піраміди;</li> <li>- тіла обертання, основні види тіл і поверхні обертання: циліндр, конус, куля,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- зрізана піраміда;</li> <li>- зрізаний конус</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- розв'язувати задачі, зокрема практичного змісту на обчислення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл;</li> <li>- розрізняти розгортки основних видів многогранників (призм, пірамід) та розрізняти на розгортах елементи</li> </ul>	

	<p>сфера;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- перерізи многогранників;</li> <li>- перерізи циліндра й конуса: осьові перерізи, перерізи площинами, паралельними їх основам;</li> <li>- переріз кулі площиною;</li> <li>- формули для обчислення площ поверхонь та об'ємів призми та піраміди;</li> <li>- формули для обчислення об'ємів циліндра, конуса, кулі;</li> <li>- формули для обчислення площини сфери</li> </ul>		многогранників	
Координати та вектори у просторі	<ul style="list-style-type: none"> <li>- прямокутна система координат у просторі, координати точки;</li> <li>- формула для обчислення відстані між двома точками та формула для обчислення координат середини відрізка;</li> <li>- поняття вектор, модуль вектора, колінеарні вектори, рівні вектори, координати вектора;</li> <li>- додавання, віднімання векторів, множення вектора на число;</li> <li>- скалярний добуток векторів;</li> <li>- кут між векторами;</li> <li>- симетрія відносно початку координат та координатних площин</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- рівняння сфери;</li> <li>- властивості скалярного добутку векторів;</li> <li>- формула для знаходження кута між векторами, що задані координатами;</li> <li>- умови колінеарності та перпендикулярності векторів, що задані координатами</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- знаходити координати середини відрізка та відстань між двома точками;</li> <li>- виконувати дії з векторами;</li> <li>- знаходити скалярний добуток векторів;</li> <li>- використовувати аналогію між векторами й координатами на площині та в просторі для розв'язування стереометричних задач і задач практичного змісту</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- застосовувати координати та вектори для розв'язування стереометричних задач, зокрема задач практичного змісту</li> </ul>